

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS: POSSIBILIDADES ATRAVÉS DO DESENHO GEOMÉTRICO

Laura Tiemme de Castro¹; Andre Ferreira Lima ²; José Carlos Pinto Leivas³

RESUMO

O desenho geométrico pode ser um grande aliado no ensino da geometria por ser um instrumento de auxílio para percepção de propriedades presentes, por exemplo, em figuras geométricas. Assim, o objetivo desse trabalho é apresentar atividades que utilizam o desenho geométrico como facilitador no ensino dos casos de congruência de triângulos. Essas construções foram apresentadas durante da disciplina “Ensino e Aprendizagem de Geometria” no curso de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana. São três atividades que trabalham três casos de congruência dos triângulos: Lado-Ângulo-Lado, Lado-Lado-Lado e Ângulo-Lado-Ângulo. Cada construção geométrica foi realizada primeiramente com o auxílio da régua e compasso e, em seguida, com um *software* de geometria dinâmica. Essas atividades mostraram uma diferença de trabalhar a congruência de triângulos assim como de outros objetos de conhecimento da geometria como Teorema de Tales, ângulos opostos pelo vértice e simetria.

Palavras-chave: Congruência de triângulos; Geogebra; Construções geométricas.

Eixo Temático: Educação, Cultura e Comunicação.

1. INTRODUÇÃO

Na unidade temática de Geometria para os Anos Finais do Ensino Fundamental, encontramos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2017), o estudo de congruência e semelhança de triângulos que deve ser feito a partir de transformações e ampliações de figuras geométricas planas “[...] de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as condições necessárias e suficientes para obter triângulos congruentes ou semelhantes [...]” (BRASIL, 2017, p. 270). A importância do estudo dos casos de congruência é retomada nas habilidades do 8º

¹ Universidade Franciscana, laucaastro@outlook.com

² Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, andre.lima@unesp.br

³ Universidade Franciscana, leivasjc@ufn.edu.br

ano, onde deve-se utilizá-las para “Demonstrar propriedades de quadriláteros por meio de identificação da congruência de triângulos” (BRASIL, 2017, p.313).

Analisando a BNCC percebemos que a utilização de instrumentos de desenho (régua, compasso, esquadro...) e softwares é presente em pelo menos um objeto de conhecimento e/ou habilidade da unidade temática de Geometria em todos os anos do Ensino Fundamental - Anos Finais. Além disso, a partir do 7º ano termos como “simétrico” e “simetria de translação, rotação e reflexão” aparecem nos objetos de conhecimento e a partir do 8º ano o termo “congruência” está presente nas habilidades. O uso desses instrumentos se mescla ao estudo de simetria no 8º ano onde uma das habilidades é “Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica” (BRASIL, 2017, p. 313).

Pensando em reunir esses objetos do conhecimento, durante a disciplina de Ensino e Aprendizagem em Geometria, foram realizadas construções com régua e compasso e no software Geogebra com a finalidade de mostrar uma maneira de ensinar para alunos da Educação Básica os casos de congruência entre triângulos. Essas atividades foram realizadas durante o segundo semestre de 2020 onde as aulas estavam sendo realizadas de maneira remota através da plataforma *Google Meet*. Assim, o objetivo desse trabalho é apresentar uma maneira dinâmica de se trabalhar a congruência de triângulos a partir da construção com régua e compasso e o *software* Geogebra.

2. DESENHO GEOMÉTRICO

Stein (2014) afirma que com o movimento da Matemática Moderna e com a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional, a disciplina de desenho passou a ser optativa para as escolas e poderia ser integrada ao currículo de uma maneira diferente. Com isso, houve uma desvalorização do desenho geométrico que acabou saindo até mesmo da grade de cursos de licenciatura em Matemática.

Apesar da desvalorização que a geometria e o desenho geométrico sofreram acreditamos que, quando aliados, os problemas de construção geométrica podem ser grandes motivadores da aprendizagem e auxiliam para a aprendizagem do aluno

visto que para Wagner e Carneiro (1993) para cada problema é necessário realizar uma análise e planejamento da construção, o que o torna um desafio interessante. O desenho geométrico foi trabalhado ao longo da história com a utilização de instrumentos de desenho, tais como régua e compasso. Com o surgimento de softwares é necessário e útil que os problemas dessa área sejam trabalhados juntamente com as novas tecnologias, mas sem excluir totalmente os instrumentos de desenho.

Os softwares, de maneira geral, apresentam uma vantagem significativa quando trabalhamos a geometria, principalmente se compararmos com um ensino pautado exclusivamente utilizando-se a lousa, o pincel e o lápis. No que diz respeito ao GeoGebra, ele possibilita uma visualização que não é obtida na sala de aula.

De acordo com Marschall e Fioreze (2015), o GeoGebra é um recurso potencializador para a aprendizagem da geometria, uma vez que possibilita ao discente manipular sua construção, aprender e rever propriedades de forma dinâmica, possibilitando, caso sua produção apresente erros, haver recursos disponíveis para consertar.

3. METODOLOGIA

Por se tratar de um relato de atividades para aplicação na Educação Básica classificamos essa pesquisa como qualitativa (Pádua, 2018). As atividades aqui apresentadas foram desenvolvidas durante a disciplina “Ensino e Aprendizagem de Geometria” ofertada pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Franciscana. As aulas ocorreram durante o segundo semestre de 2020 de maneira *online* através da plataforma *Google Meet*.

As aulas da disciplina eram estruturadas em três etapas: primeiramente, o professor responsável pela disciplina, solicitava antecipadamente que os discentes providenciassem os materiais que seriam utilizados na aula seguinte. Posteriormente, no dia do encontro, realizava-se a produção das atividades utilizando-se alguns recursos didáticos como, por exemplo, lápis, papel carbono, compasso e régua, durante essa etapa, cumpria-se as instruções dadas pelo responsável da disciplina. Por fim, na última fase, os mestrandos e doutorandos ficaram encarregados de reproduzir as mesmas atividades, utilizando, dessa vez, o

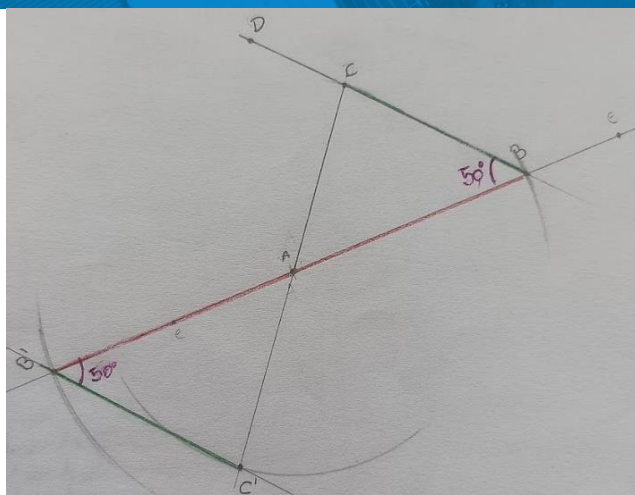
Geogebra. Na fase da construção das imagens no Geogebra, um dos estudantes, escolhido aleatoriamente pelo professor ou, manifestando interesse, projetava a tela do seu aplicativo no Google Meet para que os demais participantes da disciplina acompanhassem o protocolo de construção das atividades propostas no Software. Ressaltamos que faremos um recorte das três aulas ocorridas após o primeiro encontro, isto é, focalizaremos nas atividades propostas referentes a congruência de triângulos.

4. ATIVIDADES REALIZADAS

Para a primeira atividade o professor disponibilizou o valor do comprimento de dois segmentos e o valor de um ângulo, com isso, a turma deveria construir um triângulo. A construção foi realizada a partir de uma reta r onde marcamos o segmento AB com medida 5 cm, com o transferidor traçamos o ângulo ABD e no segmento BD marcamos o ponto C a 4 cm de B . Com isso encontramos o triângulo ABC .

Em seguida, o professor solicitou para que construíssemos o triângulo $A'B'C'$ simétrico ao triângulo ABC . A primeira solução foi utilizar a régua graduada, porém foi pedido para que utilizassem somente o compasso, transferidor e esquadros. Então a construção se deu da seguinte maneira: com o compasso tomamos a circunferência de centro A e raio AB e marcamos na reta r o ponto B' ; prolongamos o segmento CA e com o compasso tomamos a circunferência de centro A e raio AC e marcamos o ponto C' no prolongamento de CA ; o ponto A' está na mesma posição de A . Traçando os segmentos temos o triângulo $A'B'C'$ como mostra a Figura 1.

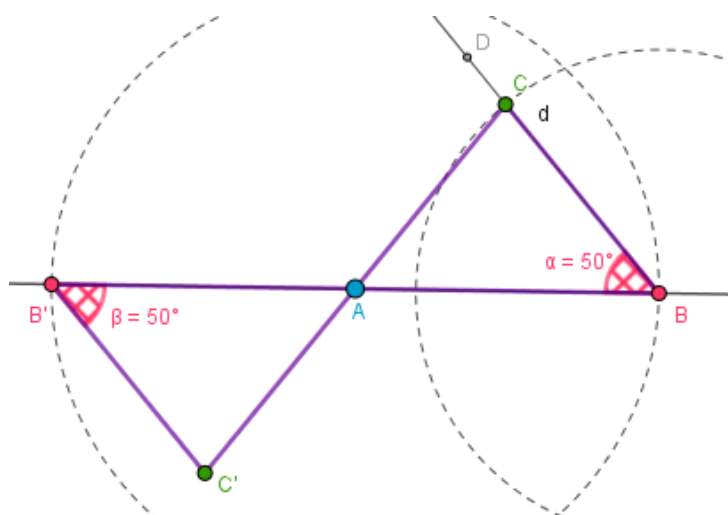
Figura 1 - Construção do caso de congruência LAL



Fonte: Autores

Com a régua graduada e transferidor foram conferidas as medidas dos lados e ângulo e percebemos que eram congruentes, sendo assim, essa construção é uma maneira de mostrar o caso de congruência Lado-Ângulo-Lado (LAL). Além disso com a mesma construção poderia ser trabalhado ângulos opostos pelo vértice e o Teorema de Tales. A Figura 2 mostra a mesma construção feita no Geogebra, seu passo a passo está disponível em: <https://www.geogebra.org/m/mrgpyif5>.

Figura 2 - Construção do caso de congruência LAL no Geogebra



Fonte: autores

Para a próxima atividade foi solicitado, além do material de desenho, o papel carbono. Iniciou-se com o professor informando a medida de três segmentos e pedindo para que se construíssemos um triângulo com essas informações no centro da folha, pois uma dobrada seria realizada posteriormente.

O primeiro passo foi marcar o segmento AB, que mede 3 cm, em uma reta qualquer. Então surgiu a dúvida de como traçar os outros segmentos sem a medida de nenhum ângulo interno ao triângulo. Como os pontos A e B já haviam sido marcados, faltava somente o ponto C. Percebemos que esse ponto é a interseção entre a circunferência de centro A e raio AC e centro B e raio BC. As medidas de AC e BC foram informadas previamente pelo professor, sendo que AC mede 4 cm e BC mede 6 cm.

A pergunta seguinte foi “Como construir o simétrico do triângulo ABC com o auxílio da folha de papel carbono?”. Sabendo que ao colocar o papel carbono entre duas folhas de papel, o que se escreve em uma é marcado na outra, para a construção, dobrou-se a folha de papel ao meio, de maneira que não dobrasse o triângulo construído. Em seguida, colocamos a folha de papel carbono entre a folha dobrada e traçamos o triângulo ABC novamente com o auxílio de uma régua.

Ao abrir a folha percebemos que a dobra seria considerada o eixo de simetria e que havia o esboço do triângulo A'B'C' no lado oposto ao triângulo ABC. Então bastou traçar por cima do esboço e encontrar o triângulo A'B'C' congruente a ABC, representado na Figura 3.

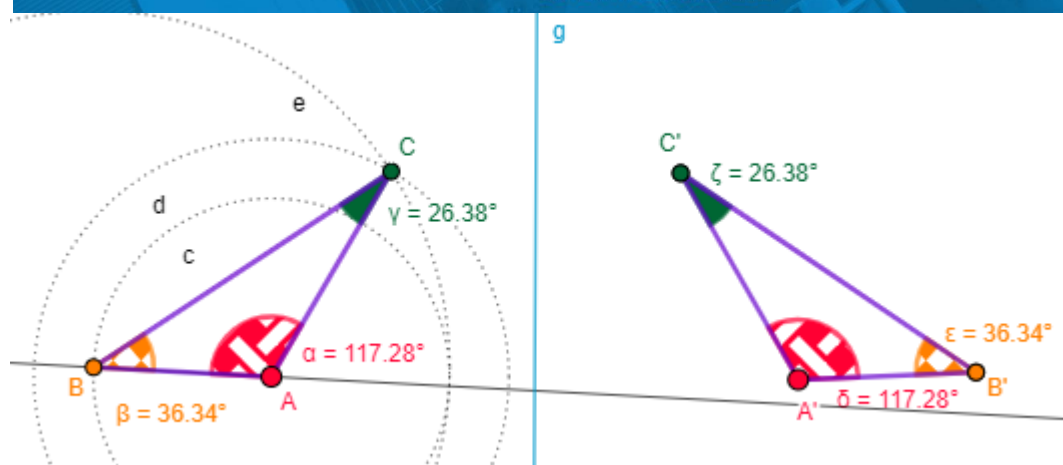
Figura 3: Construção do caso de congruência LLL



Fonte: autores

Percebemos que poderia ser trabalhado o caso de congruência Lado-Lado-Lado (LLL). A construção foi realizada também no Geogebra, Figura 4, o passo a passo está disponível em: <https://www.geogebra.org/m/jvkjkefk>.

Figura 4: construção do caso LLL no Geogebra

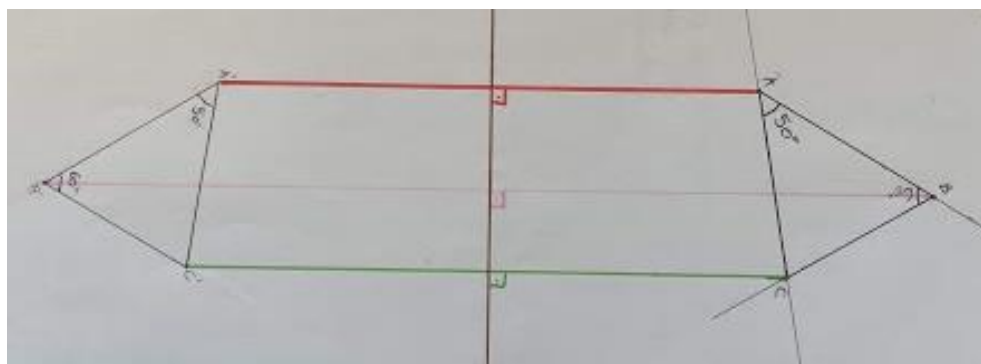


Fonte: autores

Além disso, devido a movimentação possível no *software* podemos mostrar ao aluno que quando um triângulo equilátero seus três ângulos internos são congruentes.

Na aula seguinte o professor pediu para que fosse construído um triângulo ABC dados o ângulo A, lado AB e ângulo B. Percebemos que para a construção desse triângulo bastava traçar o segmento AB, traçar com o transferidor os dois ângulos no mesmo sentido (horário ou anti-horário) e marcar o ponto C como a interseção dos lados desses ângulos. Para obter o triângulo A'B'C utilizamos o papel carbono da mesma maneira que a construção anterior. Na figura 5 apresentamos a construção de um dos alunos.

Figura 5: construção do caso de congruência ALA

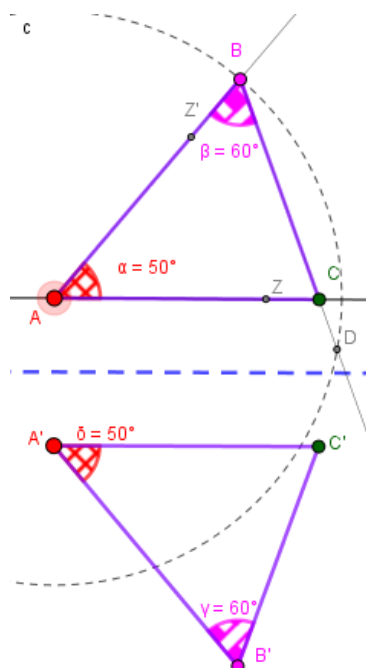


Fonte: autores

A construção também foi feita no Geogebra (Figura 6). O passo a passo para

essa construção está disponível em: <https://www.geogebra.org/m/yt3ntg9b>.

Figura 6: Construção do caso ALA no Geogebra



Fonte: autores

Percebemos que além de poder trabalhar o caso de congruência Ângulo-Lado-Ângulo (ALA) também podemos trabalhar com a projeção perpendicular de pontos, visto que dada a simetria, os segmentos AA' , BB' e CC' são perpendiculares ao eixo de simetria, que no caso é a dobra da folha.

5. CONCLUSÃO

Todas as atividades da disciplina tiveram o intuito de mostrar aos estudantes como trabalhar os conteúdos em suas aulas. Em cada uma foi feita a construção com instrumentos de desenho e também no Geogebra, pois acredita-se que o aluno deve realizar a construção no papel para entender os passos que são tomados no *software*. Para os estudantes da disciplina a construção com a régua e compasso foi importante para compreender quais passos deveriam ser realizados no *software* Geogebra.

Em conjunto com essas construções referente aos casos de congruência de

triângulos podemos trabalhar simetria, ângulo oposto pelo vértice, Teorema de Tales, ângulo interno do triângulo e projeção perpendicular. Isso nos mostra o quanto atividades de desenho geométrico possibilitam a visualização de outros conteúdos da geometria. Com isso ressaltamos a importancia de se trabalhar a geometria a partir do visual para que o aluno consiga compreender com mais facilidade aquele conteúdo.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

As referências bibliográficas devem estar relacionadas no final do texto, seguindo o padrão ABNT. Somente devem ser incluídas na seção relativa às referências as obras citadas no texto. Devem estar em ordem alfabética e não devem ser numeradas. Deve-se utilizar fonte Arial, tamanho 12 (doze) pt, para as referências, com um espaçamento igual ao do corpo do texto.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base Nacional Comum Curricular: Educação é base. Brasília, DF, 2017.

MARSCHALL, Janini; FIOREZE, Leandra Anversa. GEOGEBRA NO ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS: UMA INVESTIGAÇÃO BASEADA NA TEORIA DA NEGOCIAÇÃO DE SIGNIFICADOS. Curso de Especialização em Matemática, Mídias Digitais e Didática Para a Educação Básica. Instituto de Matemática. 2015.

STEIN, Stela Maris de Souza. Traços geométricos como manifestação sócio cultural: um olhar atento sobre a volumetria local. 2014, 167 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática. Faculdade de Educação. Universidade Federal de Pelotas. Pelotas, 2014.



WAGNER, Eduardo; CARNEIRO, Jose Paulo Q. Construções geométricas. Sociedade Brasileira de Matemática, 1993.