CENTRO UNIVERSITÁRIO
FRANCISCANO

A GEOMETRIA DO TÁXI: INVESTIGAÇÃO SOBRE O ENSINO DE UMA GEOMETRIA NÃO EUCLIDIANA PARA O TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO

Autora: Helenara Machado de Souza

Orientador: Prof. Dr. José Carlos Pinto Leivas

Iniciar

Introdução

Este trabalho é resultante de uma pesquisa, referente a Geometria do Táxi, realizada no primeiro semestre de 2014, com uma turma do terceiro ano do Ensino Médio do Instituto Estadual de Educação Professor Annes dias, localizado no município de Cruz Alta, Rio Grande do Sul. A escolha por tal conteúdo é decorrente da necessidade que tínhamos em estabelecer uma relação entre o que é abordado em sala de aula, com a realidade desses alunos.

Objetivo geral

Investigar quais as contribuições que a Geometria do Táxi, conciliada com a Metodologia de Resolução de Problemas e o usos do software GeoGebra, pode oferecer para a construção de conceitos referentes à Geometria Analítica por alunos de terceiro ano do Ensino Médio.

Metodologia

Para elaboração deste trabalho, realizamos uma pesquisa qualitativa, com a finalidade de verificarmos como os alunos de um terceiro ano do Ensino Médio compreendem conceitos referentes à localização no plano. Desta forma, pretendíamos estudar, com o auxílio da Geometria do Táxi, quais a facilidades e dificuldades que eles apresentavam com relação a este estudo, bem como uma alternativa para aproximar tal conteúdo da realidade do aluno. Segundo Assis (2012, p. 20):

> pesquisa qualitativa - é uma pesquisa descritiva, cujas informações não são quantificáveis; os dados obtidos são analisados indutivamente; a interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa.

Coleta de dados

Instrumentos de coleta de dados

- Questionário
- Diário de Campo
- Observação participante
- Análise documental

Início

Participantes

Este projeto foi realizado no Instituto Estadual de Educação Professor Annes Dias, nome esse dado em homenagem ao professor Heitor Annes Dias (19/07/1984 – 07/11/1943), situado na Rua Maris e Barros, nº 1047, em Cruz Alta. Essa escola possui atualmente 1300 alunos, distribuídos entre turmas do Ensino Fundamental, do Ensino Médio Politécnico e de Cursos Técnicos. Participaram vinte e seis alunos de uma turma do 3º ano do Ensino Médio com a qual já havíamos trabalhado em anos anteriores, dentre os quais 14 meninas e 12 meninos, com idades variando de 17 a 19 anos.

Início

METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A metodologia de ensino e aprendizagem intitulada Metodologia de Resolução de problemas consiste em uma possibilidade de oferecer para o aluno um problema central em que ele deverá analisar e identificar os dados fornecidos para elaborar uma estratégia para a resolução do problema proposto. Esse pensamento vai ao encontro das ideias propostas pelas OCEM (BRASIL, 2006, p. 81):

> as ideias socioconstrutivistas de aprendizagem partem do princípio de que a aprendizagem se realiza pela construção dos conceitos pelo próprio aluno, quando ele é colocado em situação de resolução de problemas. Essa ideia tem como premissa que a aprendizagem se realiza quando o aluno, ao confrontar suas concepções, constrói os conceitos pretendidos pelo professor. Dessa forma, caberia a esse o papel de mediador, ou seja de elemento gerador de situações que propiciem esse confronto de concepções, cabendo ao aluno o papel de construtor de seu próprio conhecimento matemático.

METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Já ao professor cabe o papel de mediador durante o processo de aprendizagem de seu aluno, levando–o a compreender o problema, elaborar e testar hipóteses para sua resolução e analisar de forma critica os resultados obtidos. Segundo ALLEVATO e ONUCHIC:

> no processo de ensino e aprendizagem através da exploração de um problema, entender as hipóteses do problema, tomar decisões para resolvê-lo, estabelecer relações entre suas variáveis, saber comunicar resultados e ser capaz de avaliar criticamente técnicas e concepções utilizadas na resolução do mesmo são aspectos que devem estar presentes ou serem estimulados. (2008, p. 2).

METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

ETAPAS:

1º) preparação do problema;
2º) leitura individual;
3º) leitura em conjunto;
4º) resolução do problema;
5º) observação e iniciativa;
6º) exploração, na lousa, dos diferentes resultados encontrados;
7º) estímulo para que os grupos defendam seus pontos de vistas;
8º) promoção de consenso;
9º) formalização das devidas definições.

(ALLEVATO e ONUCHIC, 2008, p. 7-8).

Início

GEOMETRIA DO TÁXI

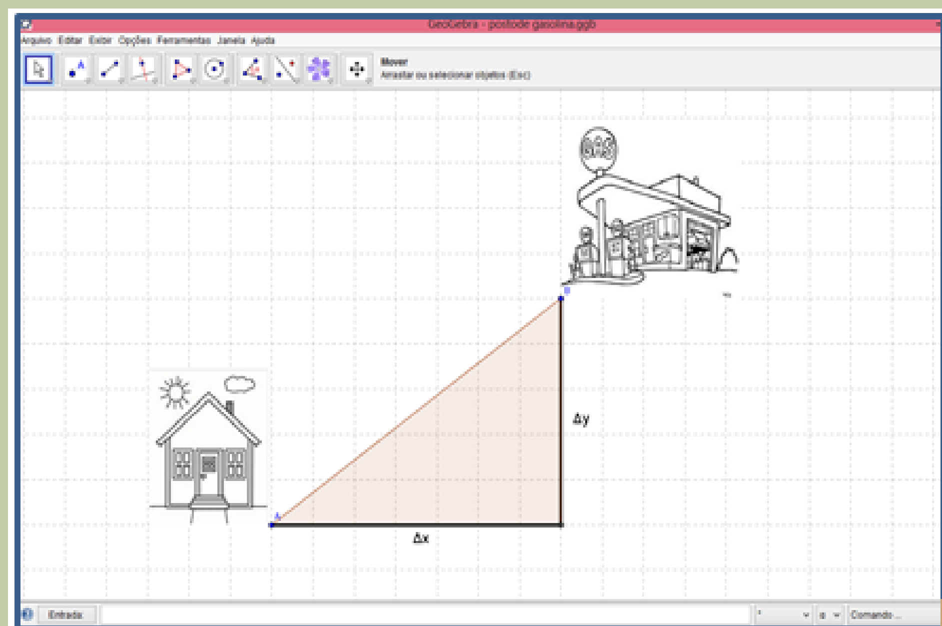
Desenvolvida pelo professor russo Hermann Menkowski (1864-1909), a Geometria do Táxi, considerada como sendo uma geometria não euclidiana, teve origem na necessidade de se responder questões presentes em situações cotidianas, que até então a Geometria Euclidiana não respondia.

A Geometria Euclidiana define distância entre dois pontos como sendo a medida do segmento de reta que os une. Mas no que esta geometria se aplica quando os pontos em questão representam duas residências em um bairro de uma cidade, por exemplo? Como determinar a distância percorrida para ir de uma destas residências até a outra, quando elas não se encontram em linha reta. Por exemplo, se forem dois pontos diagonalmente opostos em uma quadra urbanizada?

GEOMETRIA DO TÁXI

Consideremos os pontos $X_1(x_1,y_1)$ e $X_2(x_2,y_2)$ no plano cartesiano. Então, pela definição de métrica dos catetos, $D(X_1, X_2)$ é dada por:

$D = |x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$, ou seja, $D = |\Delta x| + |\Delta y|$



Início

GEOGEBRA

O GeoGebra é um *software* livre, de Geometria Dinâmica, que proporciona ao usuário realizar atividades que envolvem a construção de figuras no plano cartesiano e até mesmo resolver cálculos referentes a medidas de ângulos, de comprimento de segmentos de retas e de área de figuras planas. Atualmente, também é possível construções no espaço. Segundo Gerônimo e Barros(2010, p.11):

> uma das vantagens do uso do GeoGebra é que as construções são dinâmicas, isto é, podem ser modificadas sem a perda dos vínculos geométricos. Isto permite que o usuário faça grande quantidade de experimentações que lhe possibilite construir proposições geométricas.

Início

Atividades

Atividade 1

Atividade 2

Atividade 3

Atividade 4

Atividade 5

Atividade 6

Atividade 7

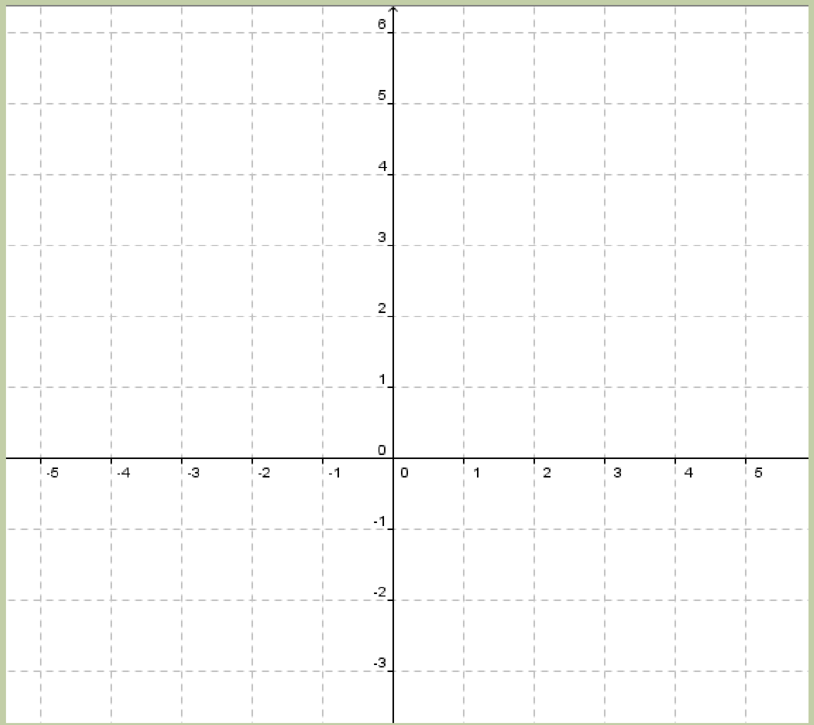
Atividade 8

Início

Atividade 1

Juliana precisa localizar os seguintes pontos no plano e identificar qual a característica que deve ter um ponto para pertencer a um quadrante ou a um dos eixos, x ou y.
Como você resolveria essa situação?

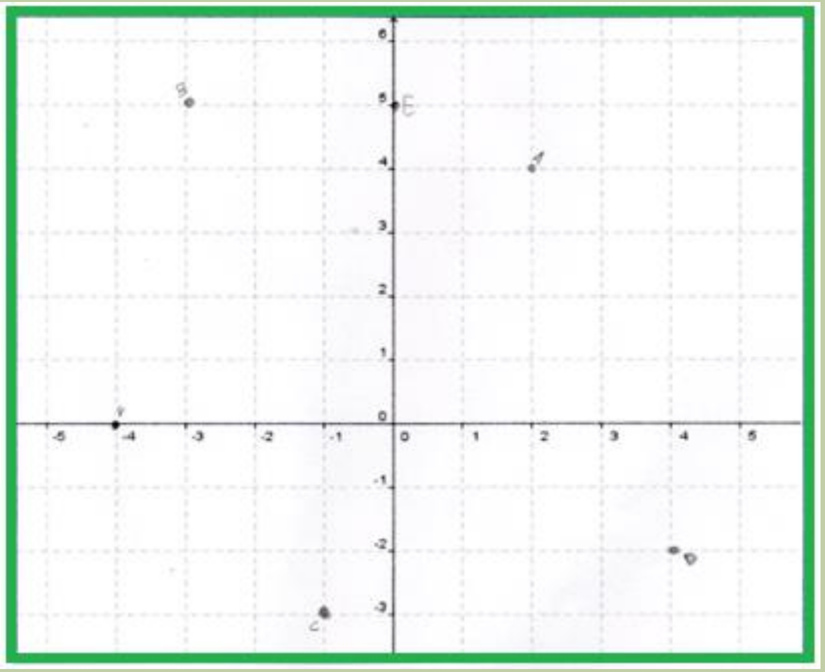
A (2,4), B (-3,5), C (-1,-3), D (4,-2), E (0,5) e F(-4, 0)



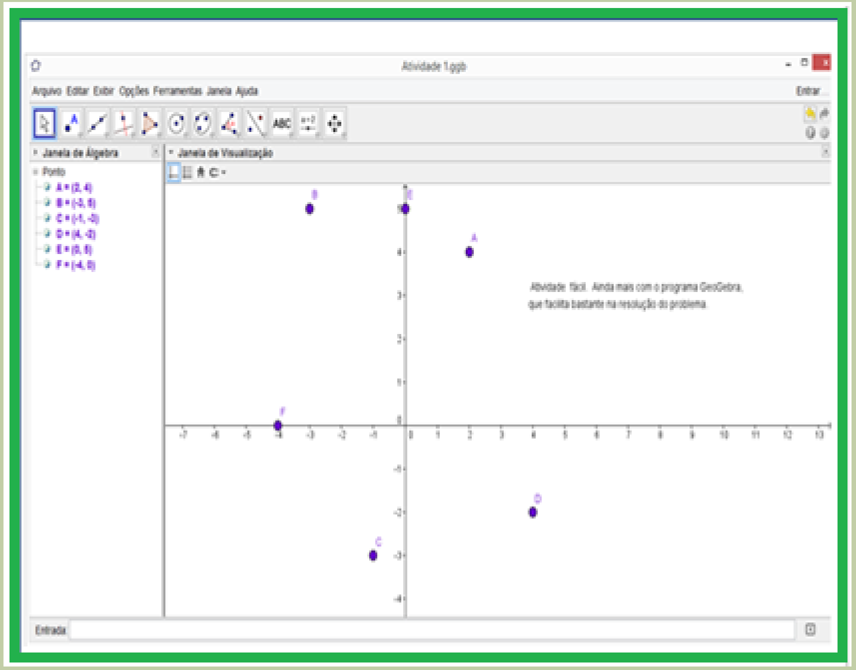
Solução

Atividade 1

Folha quadriculada



GeoGebra



Atividades

Atividade 2

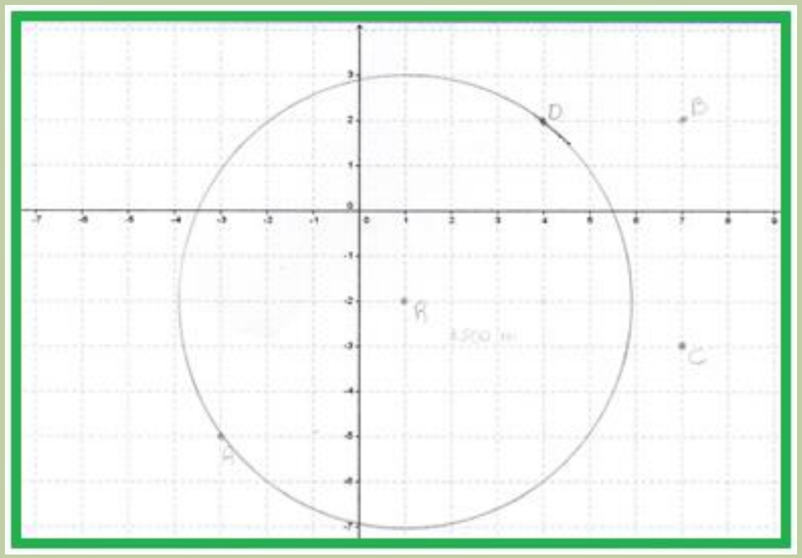
Imagina que a estação rodoviária municipal de certa cidade está situada no ponto R (1,-2). Imagina também um ponto D (4,2) distante 1500m de R. Sabendo que para um ponto de embarque e desembarque de ônibus poder ser instalado, a legislação prevê que ele se localize externamente a uma circunferência com centro em R e raio igual a $\overline{RD}$. Verifica se os pontos A, B e C podem ser usados para essa finalidade.

Obs: Cada unidade representa 300m.

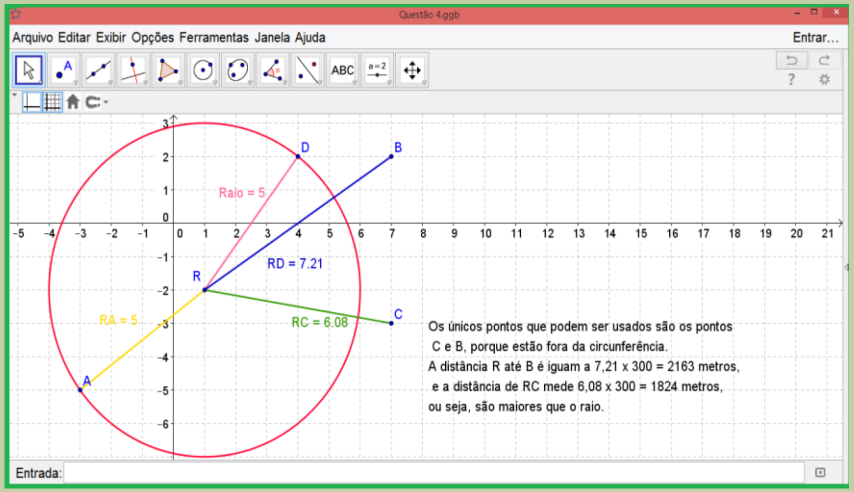
Solução

Atividade 2

Folha quadriculada



GeoGebra



Atividades

Atividade 3

Pedro recebeu uma cartela, como a apresentada a seguir. Ele deveria recortar as figuras, colá-las aleatoriamente em um plano e depois traçar os seguintes trajetos necessários:

para ir da casa até a Escola;

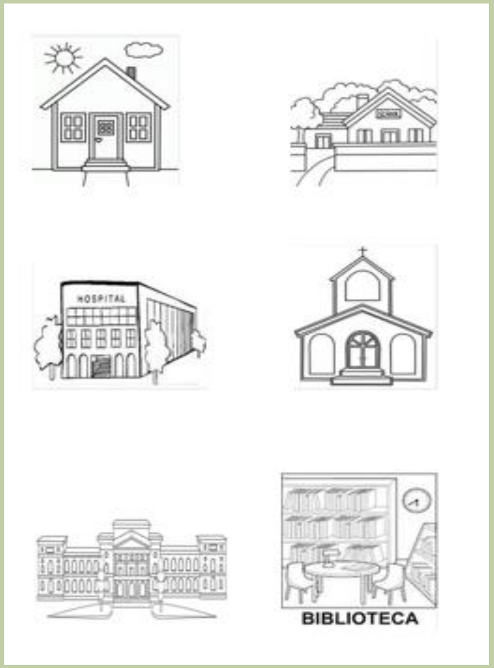
para ir da Escola até o Museu;

para ir do Museu até a Biblioteca;

para ir da Igreja até o Hospital;

qual desses trajetos é o mais curto?

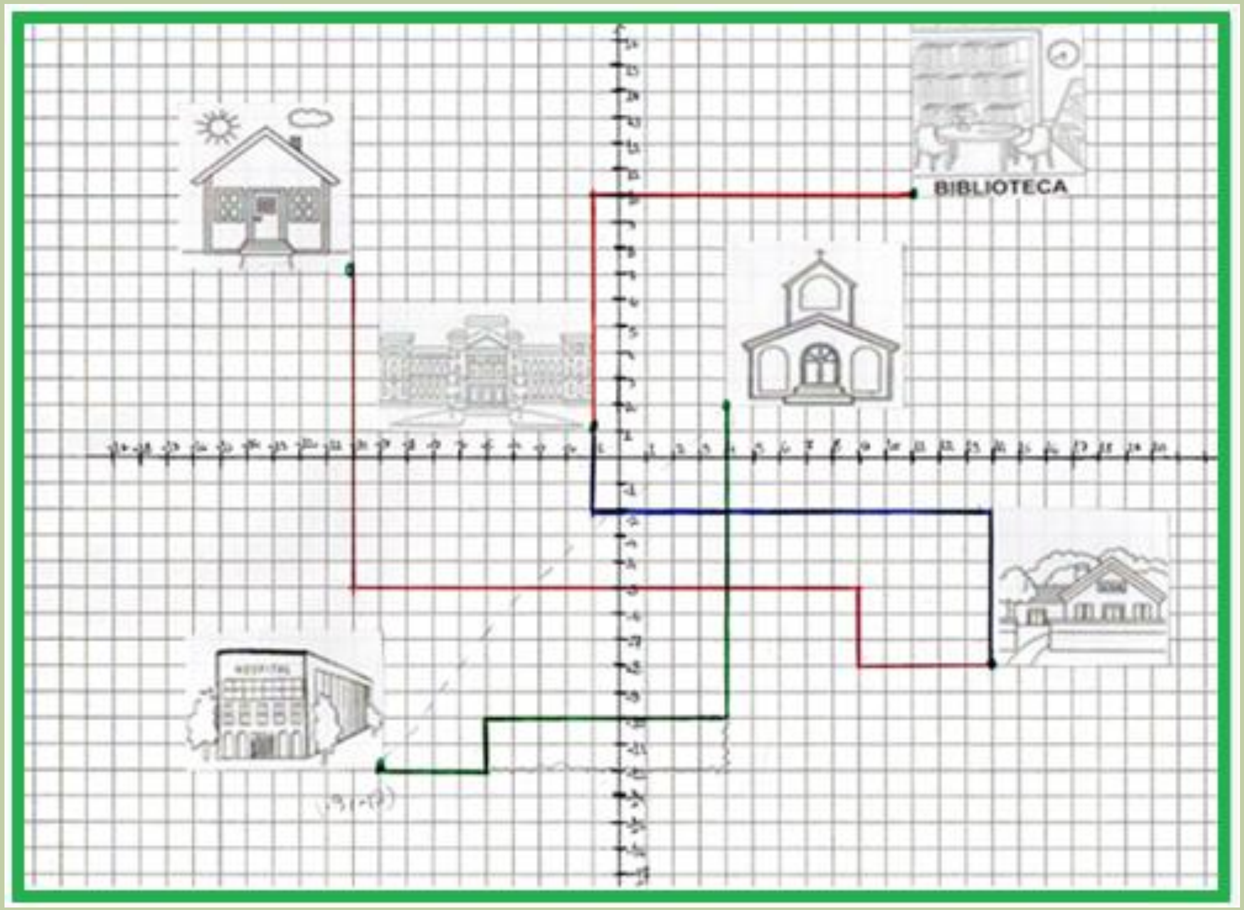
Apresenta uma solução possível de ser encontrada por Pedro, com seus respectivos cálculos:



Solução

Atividade 3

Folha quadriculada



Atividade 3

Folha quadriculada

a) Casa = $A(-10, 7)$ Escola = $B(14, -8)$

$d_{AB} = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$

$= |14 - (-10)| + |-8 - 7|$

$= |14 + 10| + |-15|$

$= |24| + |-15|$

$= 24 + 15$

$d_{AB} = 39$ //

b) Escola = $B(14, -8)$ Museu = $C(-1, 1)$

$d_{BC} = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$

$= |-1 - 14| + |1 - (-8)|$

$= |-15| + |9|$

$= 15 + 9$

$d_{BC} = 24$ //

c) Museu = $C(-1, 1)$ Biblioteca = $D(11, 10)$

$d_{CD} = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$

$= |11 - (-1)| + |10 - 1|$

$= |12| + |9|$

$= 12 + 9$

$d_{CD} = 21$ //

d) Igreja = $E(4, 2)$ Hospital = $F(-9, -12)$

$d_{EF} = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$

$= |-9 - 4| + |-12 - 2|$

$= |-13| + |-14|$

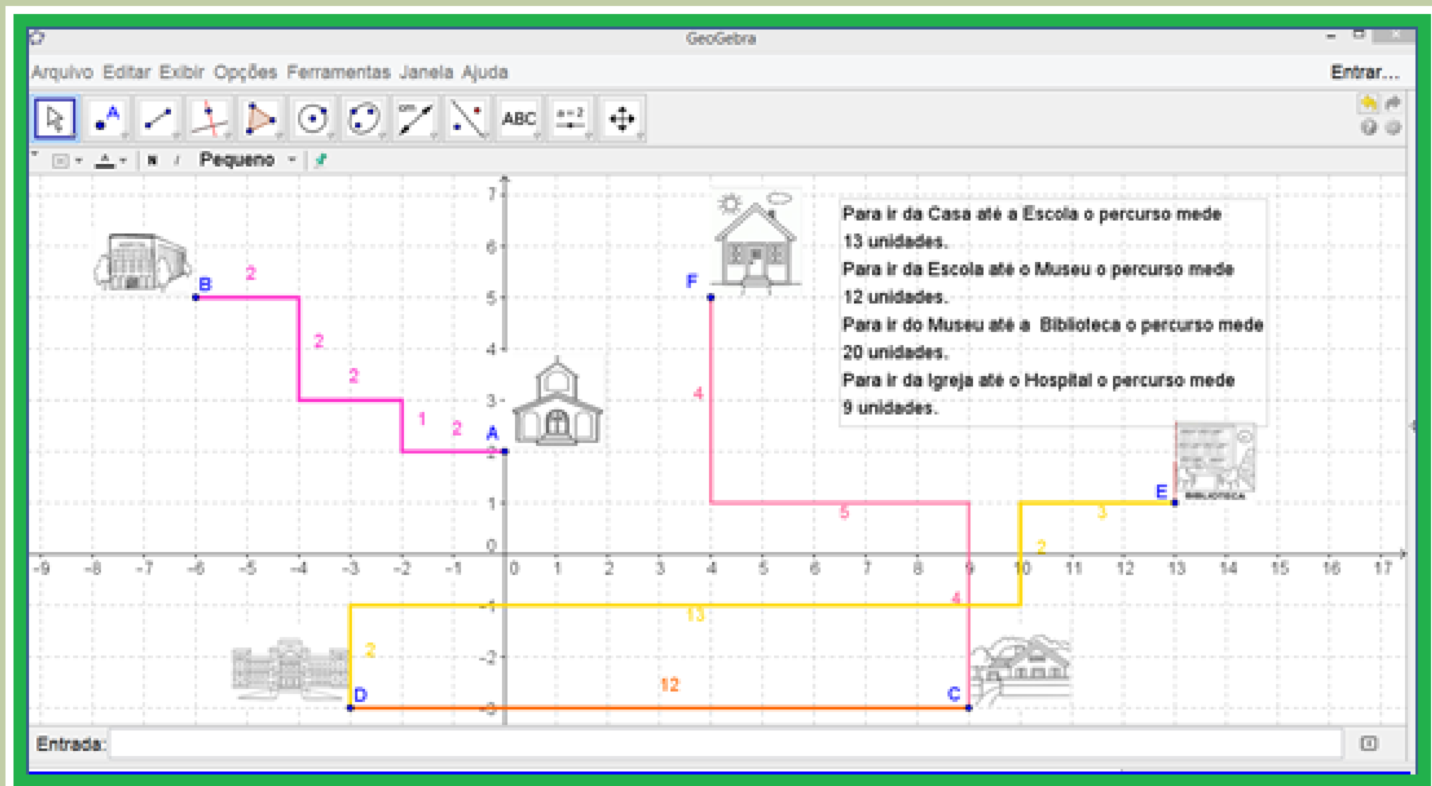
$= 13 + 14$

$d_{EF} = 27$ //

e) O trajeto mas curto é do museu à Biblioteca, cujo resultado é 21 unidades. //

Atividade 3

GeoGebra



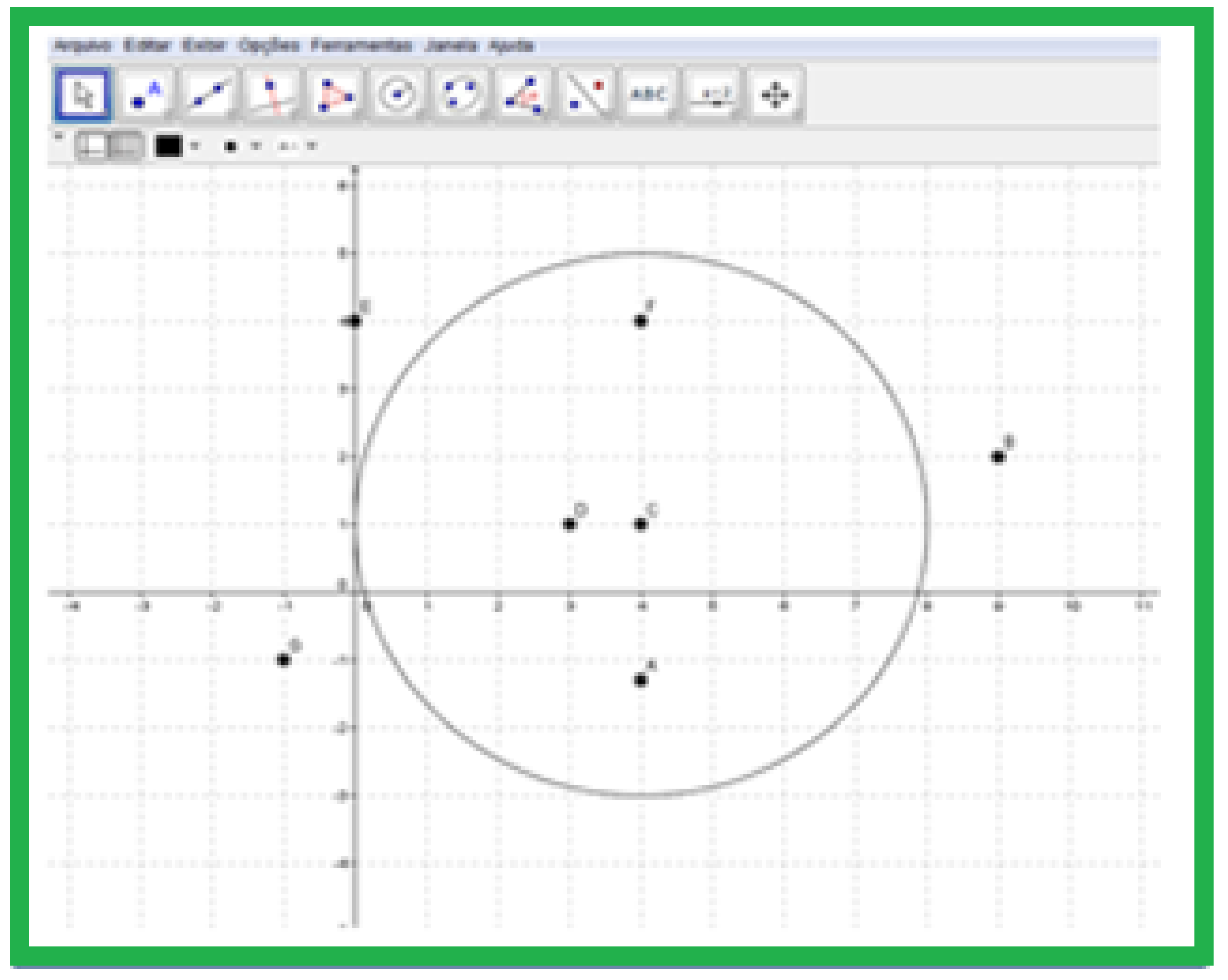
Atividades

Atividade 4

Imagina que no ponto C (4,1) está situado o centro de uma praça e que os pontos A (4,-1), B(9,2), D(3,1), E(0,4), F(4,4) e G(-1,-1) representam árvores. Sabendo que toda árvore, que estiver a um raio de no máximo 80m com relação ao centro dessa praça, deverá ser cortada, verifica o que vai ocorrer com cada "planta" (Cada unidade de medida representa 20m).

Solução

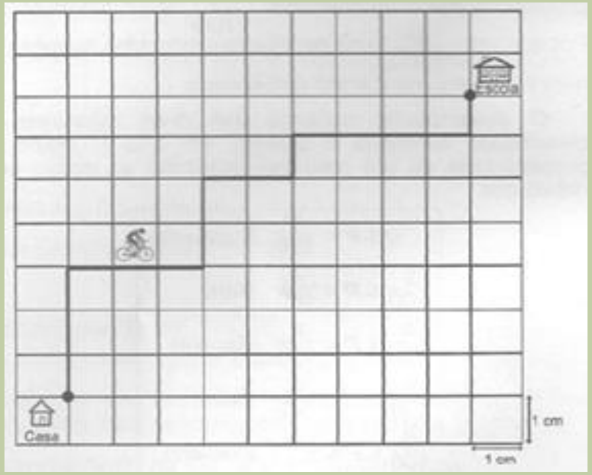
Atividade 4



Atividades

Atividade 5

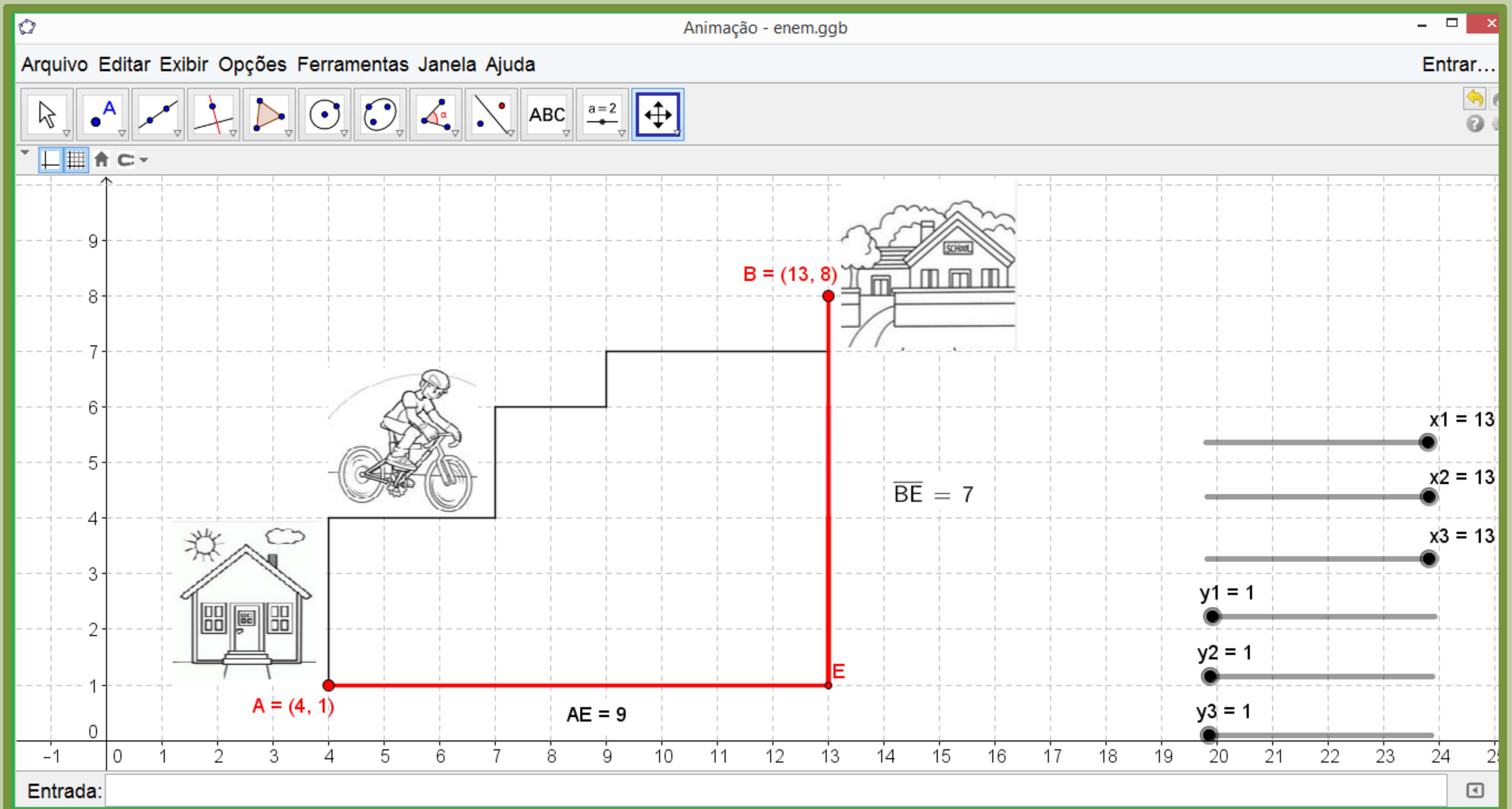
A Secretaria da Saúde de um município avalia um programa que disponibiliza, para cada aluno de uma escola municipal uma bicicleta que deve ser usada no trajeto de ida e volta, entre sua casa e a escola. Na fase de implantação do programa, o aluno que morava mais distante da escola realizou sempre o mesmo trajeto, representado na figura, na escala 1: 25 000, por um período de cinco dias.



Quantos quilômetros esse aluno percorreu na fase de implantação do programa? a) 4 b) 8 c) 16 d) 20 e) 40

Solução

Atividade 5



Atividades

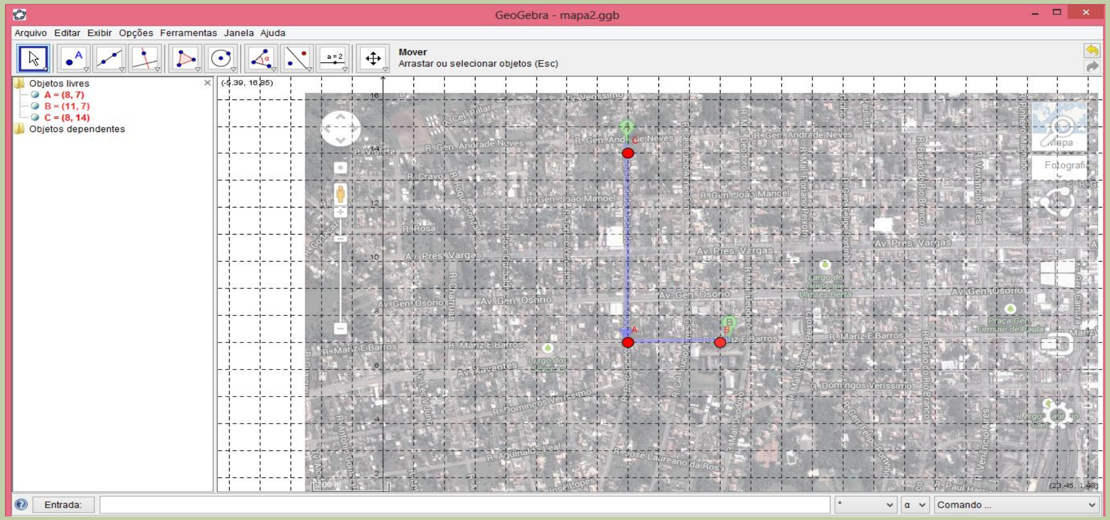
Atividade 6

Geometria do Táxi e o nosso cotidiano:

De segunda a sexta-feira realizamos uma atividade em que a Matemática se faz muito presente e nem sempre nos damos conta disso, ou seja, o trajeto percorrido para ir de casa até a escola. É possível representá-lo geometricamente por um único segmento de reta unindo os dois locais? De que forma? Qual geometria mais nos favorece para representarmos esse percurso? De que forma o software GeoGebra nos auxilia a responder essas perguntas?

Atividade 6 (Continuação)

Exemplo: Trajeto que realizamos para irmos de nossa casa até a escola.



a) Busca na página do Google Maps, a representação do trajeto que realizas para ires de sua casa até a escola.

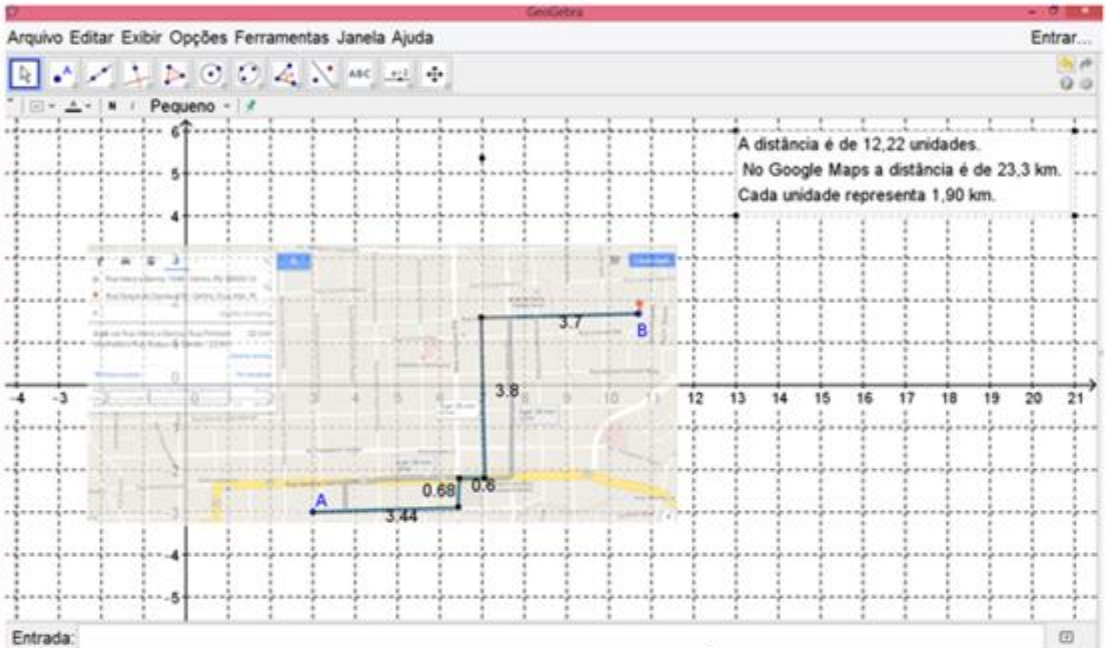
b) Transporta a imagem obtida para o software Geogebra.

c) Marca os pontos em que precisas mudar de direção.

d) Determina, por meio da Geometria do Táxi, a medida do percurso realizado.

Solução

Atividade 6



$$d_{\overline{AB}} = |x_2 - x_1| + |y_2 - y_1|$$

A = (3,-3) e B = (10,68;1,54)

$$d_{\overline{AB}} = |10{,}68 - 3| + |1{,}54 + 3|$$

$$d_{\overline{AB}} = |7{,}68| + |4{,}54| = 12{,}22$$

Atividade 6

Obs: Em trajetos como este não se aplica a Geometria do Táxi, uma vez que esta é baseada na métrica dos catetos do triângulo retângulo.

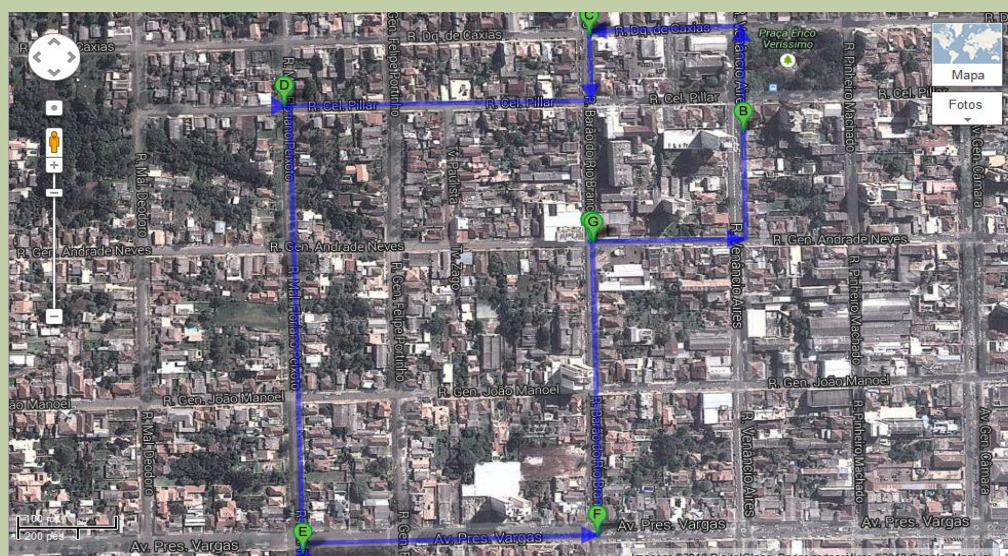
Atividades

Atividade 7

A imagem a seguir representa o percurso em que será realizada uma maratona na cidade de Cruz Alta. Você consegue determinar a distância percorrida pelo atleta que completar a prova? Considerando que o recorde do homem mais rápido do mundo, Usain Bolt, é de 100m a cada 9,58s, quanto tempo ele levaria

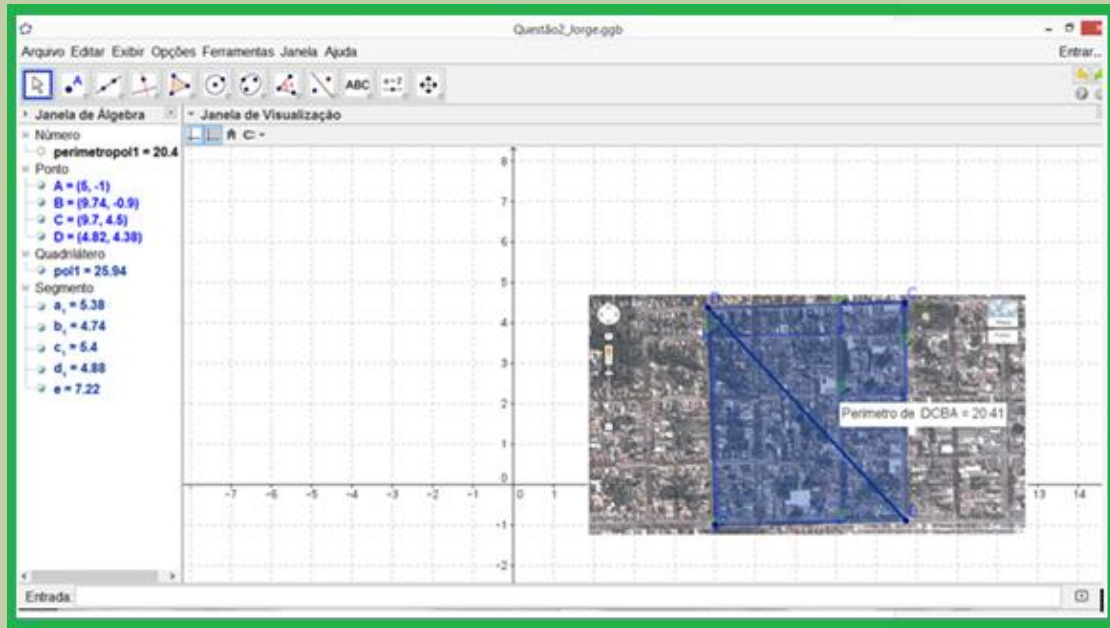
para concluir essa prova?

Obs: Cada unidade equivale a 200m



Solução

Atividade 7



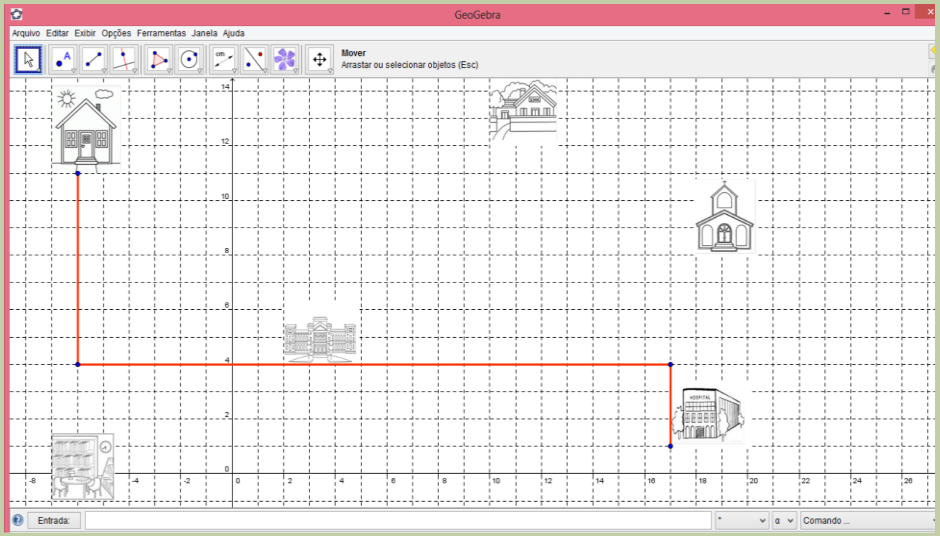
Solução apresentada por um aluno.

Gláucia: fizemos o cálculo da distância de A até C e multiplicamos por 2.
A = (5, -1) e C = (9,7; 4,5), então: $d_{\overline{AC}}\ |9{,}7 - 5)| + |4{,}5 - (-1)| = 4{,}2 + 5{,}5 = 10{,}2$
Multiplicando 10,2 por 2 dá 20,4.
Cássio - Para acharmos a resposta final, multiplicamos 20,4 por 200, porque o resultado tinha sido encontrado em unidades e cada uma vale 200 metros. O percurso é de 4080 metros. Como o recorde do Usain Bolt, é de 100 m a cada 9,58s, então ele levará 390,86 segundos, ou seja, aproximadamente 6,51 minutos.

Atividades

Atividade 8

A imagem apresentada a seguir representa o trajeto que Dona Luísa precisa realizar para ir de sua casa até o hospital. Sabendo que para isso ela chamou um táxi e que o preço cobrado por uma corrida é calculado por um valor fixo, bandeirada, de R$ 4,80, somado com o valor cobrado por quilômetro percorrido, R$ 0,90, determine o que se pede.



Atividade 8 (Continuação)

a) O valor que Dona Luísa pagará se, para chegar ao local desejado, ela passar na frente do museu?

b) Você consegue visualizar outro trajeto para que Dona Luísa possa chegar até o Hospital, porém pagando menos?

c) O que é mais perto da casa da Dona Luísa:

( ) a Escola;

( ) o Hospital;

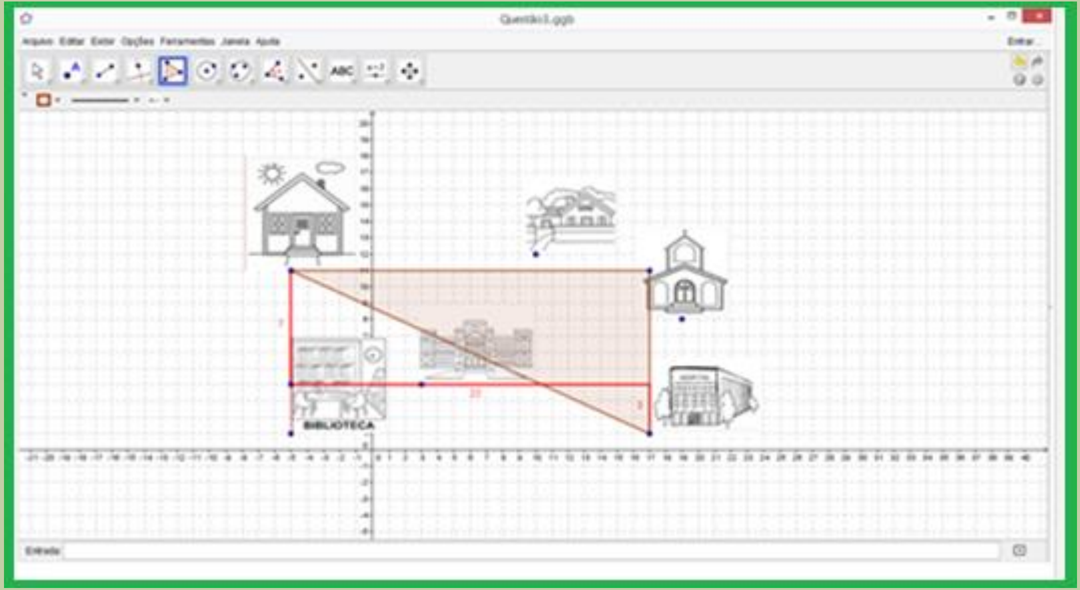
( ) a Biblioteca;

Solução

Atividade 8 (Continuação)

a) O valor que Dona Luísa pagará se, para chegar ao local desejado, ela passar na frente do museu?

Marcelo- Como podemos representar o trajeto realizado pela Dona Luísa usando um triângulo, usamos a Geometria do Táxi para calcular a distância percorrida.



João: A = (-5, 11) e B = (17, 1), então, *dAB 17-(-5)+1-11=22+10=32 unidades* , multiplicado por 100, fica 3200 metros, o que vale a 3,2 quilômetros.

Paulo- *O valor da corrida vai ser 4,80 + 3,2. 0,90. Então a corrida vai custar R$ 7,68.*

Atividade 8 (Continuação)

b) Você consegue visualizar outro trajeto para que Dona Luísa possa chegar até o Hospital, porém pagando menos?

Esta é uma questão que visa promover uma discussão sobre a Geometria do Táxi e se espera que os alunos consigam chegar a mesma conclusão da aluna Juliana, “*eu acho que não, né profe, porque se conseguimos determinar a distância com a Geometria do Táxi, esta tem que ser a menor*”.

Atividade 8 (Continuação)

c) O que é mais perto da casa da Dona Luísa:

( ) a Escola;

( ) o Hospital;

( ) a Biblioteca;

Casa = ponto A Escola = ponto B

A = (-5, 11) e B = (10, 12), então, $d_{\overline{AB}}\ |10-(-5)|+|12-11|=15+1=16\ unidades$, ou seja, 1600 metros.

Casa = ponto A Hospital = ponto C

A = (-5, 11) e B = (17, 1), então, $d_{\overline{AB}}\ |17-(-5)|+|1-11|=22+10=32\ unidades$, ou seja, fica 3200 metros.

Atividade 8 (Continuação)

Casa = ponto A Biblioteca = ponto D

Solução apresentada pela aluna Ariana

Eu acho que temos que usar Geometria Analítica, porque para ir de sua casa até a biblioteca, Dona Luísa pode ir sempre pela mesma rua, numa linha reta.

Professora pesquisadora- Como calcularíamos, Ariana?

Ariana: $d_{\overline{AD}} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} =$

A = (-5,11) e D = (-5,1), então:

$$d_{\overline{AD}} = \sqrt{[(-5-(-5)]^2 + (1-11)^2} =$$

$$d_{\overline{AD}} = \sqrt{(0)^2 + (10)^2} = \sqrt{100} = 10$$

,ou seja, fica 1000 metros. Portanto a biblioteca é o prédio da casa da dona Luísa.

Atividades

Conclusões:

Acreditamos que conciliar o ensino de uma geometria no plano, diferente da Euclidiana, como a Geometria do Táxi, com a Metodologia de Ensino e Aprendizagem por meio de resolução de problemas e o uso do GeoGebra, pode contribuir para um ensino vinculado com a realidade com a qual convivem os alunos e, dessa forma, obtermos melhores resultados do que se tem no que se refere a aprendizagem e interesse pelas aulas de Matemática.

Conclusões:

No que se refere à Metodologia de Resolução de Problemas, podemos afirmar que cada uma de suas etapas desempenha um papel importante, principalmente quando se deseja introduzir um conteúdo até então desconhecido pelos alunos. Consideramos como sendo a sua maior contribuição o fato de que esta aproxima mais o professor do aluno, uma vez que as atividades são amplamente discutidas com o grande grupo. O professor deixa de transmitir conhecimento e passa a participar ativamente da construção deste junto aos seus alunos.

Conclusões:

Quanto a uso do GeoGebra, apontamos como principais contribuições proporcionadas para o ensino de Geometria, inclusive de Geometria Analítica e a Geometria do Taxi:

- propicia ao aluno visualizar seu erro e fazer as correções necessárias sem que retorne ao início, ou seja, sem que tenha que fazer tudo novamente;
- o aluno tem possibilidade de propor e testar novas conjecturas;
- o software apresenta um layout que atrai a atenção do aluno;
- o software possibilita a realização das atividades de forma mais dinâmica;
- o software permite identificar a parte algébrica da atividade.

Conclusões:

Com relação ao ensino de uma geometria não euclidiana, no caso a Geometria do Táxi, verificamos que esta contribui para uma melhor compreensão de conceitos referentes a Geometria Analítica, como ponto no plano, retas paralelas e perpendiculares, tipos de triângulos, entre outros.

Entendemos que a principal contribuição do ensino da Geometria do Táxi, para alunos do terceiro ano do Ensino Médio trata-se do fato de que esta geometria nos possibilita aproximar os conteúdos abordados em sala de aula da realidade, o que justifica a necessidade de seu estudo.

Referências:

ALLEVATO, N. S. G. Associando o computador à resolução de problemas fechados: Análise de uma experiência. 378 f. 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Campus de Rio Claro, S.P. 2005.

ASSIS, M. C. de. Metodologia do trabalho científico. Disponível em: <http://www.inf.ufpr.br/kunzle/disciplinas/metodologia/2012/Metodologia_do_Trabalho_Cient%C3%ADfico_Maria_Cristina_de_Assis.pdf>. Acesso em: 09 jul. 2013.

BARDIN, L. Análise de conteúdo. São Paulo: Edições 70. p. 229. 2011.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília, 2006.

BÚRIGO, E. Z.; BASSO, M. V.; GARCIA, V.C.; GRAVINA, M. A. Matemática, mídias digitais e didática: tripé para formação do professor de matemática. 1. ed. Porto Alegre : EVANGRAF, 2012.v. 1. 180p .

Referências:

CARNEIRO, J. P. Q. Pesquisa de lugares geométricos com o auxílio da Geometria Dinâmica. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, n. 61. p. 4 - 8, 2006.

GERÔNIMO, J. R. BARROS, R. M. de O. Geometria Euclidiana plana: um estudo com o software GeoGebra. Eduem, Maringá. Paraná. 2010

GIL, K. H. Aprendizagem de geometria plana por meio de técnicas de sensoriamento remoto. 2012. 86f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUC/RS. Porto Alegre, Rio Grande do Sul. 2012.

GOBBI, J. A. Do livro didático ao Software GeoGebra: a Engenharia Didática no estudo das figuras plana na 6ª série/7º anos do ensino fundamental. 2012. 135 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul. 2012.

Referências:

KALLEF, A. M.; NASCIMENTO, R. S. Atividades Introdutórias às Geometrias Não-Euclidianas: o exemplo da Geometria do Táxi. Boletim Gepem, Rio de Janeiro, nº 44, p. 11-42, dezembro 2004.

LEÃO, S. G. Metodologia de Resolução de Problemas: Ensino e Aprendizagem de Funções no Ensino Fundamental. 2009. 234 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2009.

LEIVAS, J. C. P. Existem bolas quadradas? Educação Matemática em Revista - RS, v. 5, p. 21-25, 2003.

LEIVAS, J. C. P. Imaginação, Intuição e Visualização: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. 2009. 294 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

MARCONI, M. A; LAKATOS, E.M. Fundamentos de metodologia científica. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

Referências:

POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo enfoque do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

RIBEIRO, R. S. Geometrias não-euclidianas na escola: uma proposta de ensino através da geometria dinâmica. 2013. 125 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 2013.

RODRIGUES, C. R. F. Potencialidades e possibilidades do ensino das transformações geométricas no Ensino Fundamental. 2012. 156 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS, Porto Alegre, Rio Grande do Sul, 2012.

ROSSINI, M. A. P. Um estudo sobre o uso de régua, compasso e um software de Geometria Dinâmica no Ensino da Geometria Hiperbólica. 2010. 158 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo, 2014.

Referências:

SEVERINO, A. J. Metodologia do trabalho científico. 23. ed. rev. e atual. São Paulo: Cortez, 2007.

VELHO, E. M. H. Aprendizagem da geometria: a etnomatemática como método de ensino. 2014. 152 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática). Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUC/RS. Porto Alegre, Rio Grande do Sul. 2014.

VELOSO, E. Geometria do motorista de táxi. Geometria: temas actuais: materiais para professores. Lisboa: Instituto da Inovação Educacional, 1998. p. 327 a 341.

ZATTI, S. B. Construção do Conceito de Função: uma experiência de ensino-aprendizagem através de resolução de problemas. 2010. 93 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, Rio Grande do Sul. Santa Maria, Rio Grande do Sul. 2010.