

# Oi,

Somos do curso de Matemática da  
Universidade Franciscana, e esse ebook é um  
produto *exclusivo* criado pra você.  
Nele, você pode ter um gostinho de como é uma  
das primeiras aulas do seu futuro curso.  
**Ficou curioso? Então conheça nosso universo.**

## MATEMÁTICA DISCRETA – AULA 1

PROF. CLAUDIO MARQUES

Em um campeonato com 5 times você sabe qual a probabilidade do seu time vencer 3 jogos consecutivos?



Antes de responder a esta pergunta, temos que trabalhar com os conceitos de Análise Combinatória.

Então vamos lá!!!!

## ANÁLISE COMBINATÓRIA

Análise Combinatória é a parte da Matemática que estuda métodos e técnicas que permite resolver problemas relacionados com contagem.

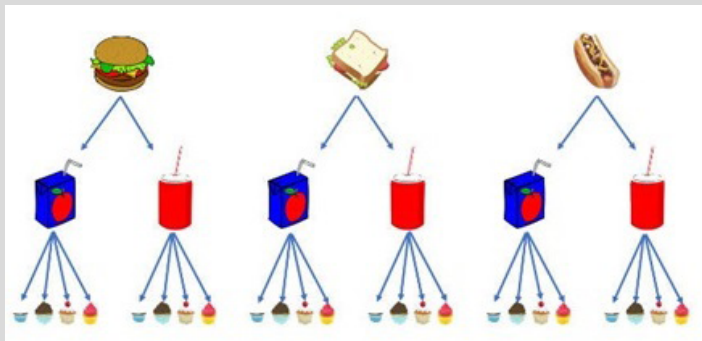
Vamos começar com o princípio fundamental da contagem ou também chamado de princípio multiplicativo.

Mas o que é o princípio fundamental da contagem?

Vejamos o seguinte exemplo: Giulia tem 3 opções de sanduiche, 2 opções de bebida e 4 opções de doce. De quantas maneiras Giulia poderá escolher o seu lanche sabendo que estão incluídos apenas 1 sanduiche, 1 bebida e 1 doce?

Primeiramente podemos montar a árvore de possibilidades.

Faça você mesmo e depois confira com o quadro de resultados abaixo.



Fonte: <https://www.todamateria.com.br/analise-combinatoria/>

Analisando a árvore de possibilidades conte o total de maneiras que Giulia poderá escolher o seu lanche.

Contou 24? Beleza. Este é o primeiro passo para entender a definição.

Mas se tivermos muitas possibilidades de escolha dentro de cada opção? O objetivo da análise combinatória é calcular esse número, sem que para isso seja necessário descrever todas as possibilidades.

Confira a definição de princípio fundamental da contagem:

Se um acontecimento é composto de  $n$  etapas sucessivas e independentes, de tal forma que:

- $p_1$  seja o número de possibilidades da 1ª etapa;
- $p_2$  seja o número de possibilidades da 2ª etapa;
- $p_3$  seja o número de possibilidades da 3ª etapa;

.....  
•  $p_n$  seja o número de possibilidades da  $n$ -ésima etapa, então:

O número de possibilidades de o acontecimento se realizar é dado por:

$$p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \dots p_n$$

Entendeu?

Então vamos calcular o número de possibilidades do exemplo acima.

$$p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3$$

$p_1$  = número de possibilidades da escolha do sanduíche = 3

$p_2$  = número de possibilidades da escolha da bebida = 2

$p_3$  = número de possibilidades da escolha do doce = 4

O número total de possibilidades que Giulia tem de fazer o seu lanche é dado por  $3 \times 2 \times 4 = 24$ , ou seja, ela tem 24 possibilidades diferentes de escolha.

Além do princípio fundamental da contagem temos outras técnicas. Você sabe quais são estas principais técnicas?

- Arranjo Simples
- Combinação Simples
- Permutação sem repetição

Para um determinado problema como descobrir qual técnica usar?

Primeiro faremos duas perguntas.

Pergunta 1. Interessa a ordem dos elementos?

Vamos para o exemplo 1: placa 1234 e placa 1243 são iguais ou diferentes?

São diferentes. Correto? Então interessa a ordem dos algarismos. Pode ser Arranjo ou Permutação.

Agora analise o exemplo 2: grupo com os alunos João e Pedro e grupo com os alunos Pedro e João. É o mesmo grupo ou são grupos diferentes?

É o mesmo grupo. Então não interessa a ordem dos alunos. É Combinação.

Entendeu? No primeiro exemplo notamos que a resposta ficou entre Arranjo ou Permutação. Como saber qual usar? Então faremos um segundo questionamento.

Pergunta 2. Entram todos elementos na formação dos grupos?

Vamos para o exemplo 1: Tenho 10 algarismos a disposição para formar uma senha com 6.

Não entram todos os elementos para a formação da senha. Correto? Então é Arranjo.

Agora vamos para o exemplo 2: Tenho 5 algarismos a disposição para formar uma senha com 5.

Entram todos os elementos para a formação da senha. Correto? Então é Permutação.

As definições acima estão compreendidas? Então vamos para o estudo de cada uma das técnicas.

Antes temos que entender o que é fatorial.

O fatorial de um número natural  $n$ , representado por  $n!$ , é o produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a  $n$ . Exemplos:

$n!$	Resultado
0!	1
1!	1
2!	$2 \cdot 1 = 2$
3!	$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$
4!	$4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
5!	$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$

## ARRANJO SIMPLES

Analise este exemplo.

Com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5, quantas senhas de 3 algarismos distintos podem ser formadas?

Primeiro passo é fazer a seguinte pergunta: a senha 123 é igual ou diferente da senha 321 (note que apenas trocamos a ordem dos elementos)?

Sim, são senhas diferentes. Portanto, identificamos que a ordem dos elementos influencia. Este problema é de Arranjo Simples. Então inicialmente vamos definir Arranjo Simples.

Dado um conjunto com  $n$  elementos distintos, chama-se arranjo dos  $n$  elementos, tomados  $p$  a  $p$ , a qualquer sequência ordenada de  $p$  elementos distintos escolhidos entre os  $n$  existentes.

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

$n$  = quantidade total de elementos não repetidos

$p$  = quantidade de elementos de cada agrupamento

Visto a definição agora vamos retirar os dados do problema?

### Resolução:

$n$  = quantidade total de elementos não repetidos = 5 (os 5 algarismos disponíveis)

$p$  = quantidade de elementos de cada agrupamento = 3 (queremos formar senhas com 3 algarismos)

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!} \rightarrow A_{5,3} = \frac{5!}{(5-3)!} \rightarrow A_{5,3} = \frac{5!}{2!} \rightarrow A_{5,3} = \frac{120}{2} \rightarrow A_{5,3} = 60$$

Com os algarismos 1, 2, 3, 4 e 5 é possível criar 60 senhas de 3 algarismos distintos.

## COMBINAÇÃO SIMPLES

Analise este exemplo.

Com as pessoas A, B, C, D e E quantas comissões de 3 membros podem ser formadas?

Primeiro passo é fazer a seguinte pergunta: a comissão ABC é igual ou diferente da comissão ACB (note que apenas trocamos a ordem das pessoas)? Não, são comissões iguais. Portanto, identificamos que a ordem dos elementos não influencia. Este problema é de Combinação Simples. Para resolvermos vamos definir Combinação Simples.

Dado um conjunto A com n elementos distintos, chama-se combinação dos n elementos de A, tomados p a p, a qualquer subconjunto de A formado por p elementos.

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n - p)!}$$

n = quantidade total de elementos não repetidos

p = quantidade de elementos de cada agrupamento

Visto a definição agora vamos retirar os dados do problema?

#### Resolução:

n = quantidade total de elementos não repetidos = 5 (as 5 pessoas disponíveis)

p = quantidade de elementos de cada

agrupamento = 3 (queremos formar comissões com 3 pessoas)

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n - p)!} \rightarrow C_{5,3} = \frac{5!}{3! \cdot (5 - 3)!} \rightarrow C_{5,3} = \frac{5!}{3! \cdot 2!} \rightarrow C_{5,3} = \frac{120}{6 \cdot 2} \rightarrow C_{5,3} = 10$$

Com as pessoas A, B, C, D e E é possível criar 10 comissões de 3 membros.

### PERMUTAÇÃO SIMPLES

Analise este exemplo.

De quantos modos 5 pessoas podem ficar em fila indiana?

Primeiro passo é fazer a seguinte pergunta: a fila formada pelas pessoas ABCDE é igual ou diferente da fila formada pelas pessoas BAEDC (note que apenas trocamos a ordem das pessoas)? Não, são filas diferentes (Ficou na dúvida? Pense então você na fila do banco sendo o primeiro e na outra situação sendo o último. São diferentes situações, não é verdade?). Portanto, identificamos que a ordem das pessoas influencia. Então é arranjo. Sim você está com a razão. Mas também pode ser uma Permutação Simples, pois temos na formação da fila a inclusão de todos as pessoas disponíveis. Ficou claro? Então vamos definir Permutação Simples.

Dado um conjunto com  $n$  elementos distintos, chama-se permutação dos  $n$  elementos a todo arranjo desses  $n$  elementos tomados  $n$  a  $n$ . A permutação simples é um caso particular de arranjo de  $n$  elementos tomados  $n$  a  $n$ , ou seja,  $P_n = A_{n,n}$

$$P_n = n!$$

$n$  = quantidade total de elementos não repetidos

Visto a definição agora vamos retirar os dados do problema?

#### Resolução:

$n$  = quantidade total de elementos não repetidos = 5 (as 5 pessoas disponíveis)

$$P_n = n! \rightarrow P_5 = 5! \rightarrow P_5 = 120$$

Com 5 pessoas é possível montar 120 filas indianas diferentes.

**No curso de Matemática você aprende isto e muito mais. Vamos conversar e venha se tornar professor #aprofissãodasprofissões.**

#### REFERÊNCIAS:

HAZZAN, Samuel. Fundamentos de Matemática Elementar. Vol.5. São Paulo: Atual Editora,1993.  
MORGADO, Augusto César de Oliveira, e outros. Análise Combinatória e Probabilidade. Rio de Janeiro:SBM – IMPA, 1991. Página 4  
NETTO, Scipione Di Pierrô, ORSI FILHO, Sérgio. Matemática em Fascículos para o Ensino Médio. QUANTA. Fascículo 6. São Paulo: Editora Saraiva,2000.  
SANTOS, José Plínio de Oliveira, e outros. Introdução à Análise Combinatória. São Paulo: Editora da UNICAMP, 2002.  
TROTA, Fernando. Análise Combinatória, Probabilidade e Estatística. Volume 4. Matemática por assunto. São Paulo: Editora Scipione,1988.

Agradecemos a leitura e  
esperamos você na  
Universidade Franciscana.

